# PROPAGACIÓN DE UNA FISURA COHESIVA A TRAVÉS DE UNA CAPA DE REFUERZO: MODELO DE LAS TENSIONES DE ADHERENCIA DISTRIBUIDAS

**G. Ruiz [1] y D. Cendón [2]**

**[1] Departamento de Mecánica Aplicada e Ing. de Proyectos. ETSI de Caminos, C. y P., Universidad de Castilla-La Mancha, Avda. Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real**

**[2] Departamento de Ciencia de Materiales. ETSI de Caminos, C. y P., Universidad Politécnica de Madrid, C/ Prof. Aranguren s/n, 28040 Madrid**

**Resumen.** Esta comunicación analiza la propagación de una fisura cohesiva en hormigón a través de una capa de armadura. En esta aproximación al problema, las barras no obstruyen físicamente la propagación de la fisura, ya que la continuidad del hormigón se garantiza por medio de una estrategia computacional que consiste en superponer ambos materiales en la misma posición física. La decohesión y el cortante generados en el proceso de separación entre hormigón y acero se simulan por medio de elementos de intercara que transmiten tensiones entre ambos materiales en función de una ley de adherencia. Validamos el modelo contrastando sus resultados con ensayos de vigas de hormigón armado. La aproximación a los resultados experimentales es notable, tanto en los valores absolutos de las magnitudes medidas, como en las tendencias de la respuesta mecánica frente a modificaciones en los parámetros que controlan el tipo de rotura, por ejemplo el tamaño de la viga o la cuantía de acero. Finalmente, este modelo puede ser aplicado al estudio de la fractura local unida a fenómenos de decohesión entre matriz y refuerzo en estructuras de hormigón armado o pretensado.

**Abstract.** This paper analyzes the propagation of a cohesive crack through a reinforcement layer. In this approach steel bars do not constitute a physical barrier to the propagation of the crack, for concrete continuity is preserved by a computational strategy consisting of overlapping both materials in the same spatial position. The decohesion and shear generated in the steel-concrete debonding process are simulated by interface elements responding to a bond-slip law. We compare the results given by this model to some experimental results on reinforced concrete beams. The accuracy of the model at providing absolute values of experimental measurements is noteworthy. It also follows closely the experimental trends when changing the parameters that control the type of fracture, e.g. the steel ratio or the size of the specimen. Finally, this model can be applied to study local fracture and decohesion phenomena wherever it may take place within a reinforced or prestressed concrete structure.

## 1. INTRODUCCIÓN

El cálculo de vigas armadas que se hace siguiendo los métodos de la tecnología del hormigón conduce normalmente a un comportamiento dúctil en rotura. Sin embargo, en la práctica suele ocurrir que las vigas se dimensionan por condicionantes diferentes de los estrictamente mecánicos, y entonces podemos tener vigas que requieran poco refuerzo de acuerdo con la teoría de los estado límites (plastificación del acero y ausencia de resistencia a tracción en el hormigón). Si se considera la resistencia a la tracción del hormigón, la carga de fisuración de una viga puede ser mayor que su resistencia límite, lo cual lleva a un comportamiento frágil en rotura, es decir, el colapso es instantáneo cuando se alcanza la carga de fisuración, ya que dicha carga es mayor que la límite. Precisamente es el riesgo de colapso frágil en vigas con poca armadura lo que ha llevado a estudiar datalladamente la forma en que se produce el proceso de fractura del hormigón y la transferencia de carga entre los dos materiales (por ejemplo, ver [1]).

Los modelos desarrollados para estudiar este problema [2-14] se concentran en el caso de una fisura que atraviesa la capa de armadura y que, al abrirse, fuerza el arrancamiento de las barras de refuerzo que cosen la fisura. La mayor dificultad está en el hecho de que la fisura se propague a través de la armadura, ya que —al menos en modelos bidimensionales— ésta constituye una discontinuidad que impide que la fisura pase al otro lado. La modelización de la interacción entre el acero y el hormigón es también compleja, ya que en el proceso de arrancamiento se produce un deterioro de la intercara, e incluso pueden inducirse procesos de fractura secundarios en el hormigón [15]. Algunos de los modelos citados resuelven ambos problemas sustituyendo la armadura por unas fuerzas de cierre situadas en los labios de la fisura, cuyo módulo está relacionado con la resistencia del acero y de la intercara [5, 12]. Otros modelizan explícitamente las barras de acero, aunque sólo tienen en cuenta los casos límite de adherencia perfecta o de deslizamiento libre [4].

Este artículo presenta un modelo que da una nueva solución a éste problema, haciendo posible tanto la propagación a través de la armadura como el deterioro de la intercara acero-hormigón. Utilizamos una estrategia

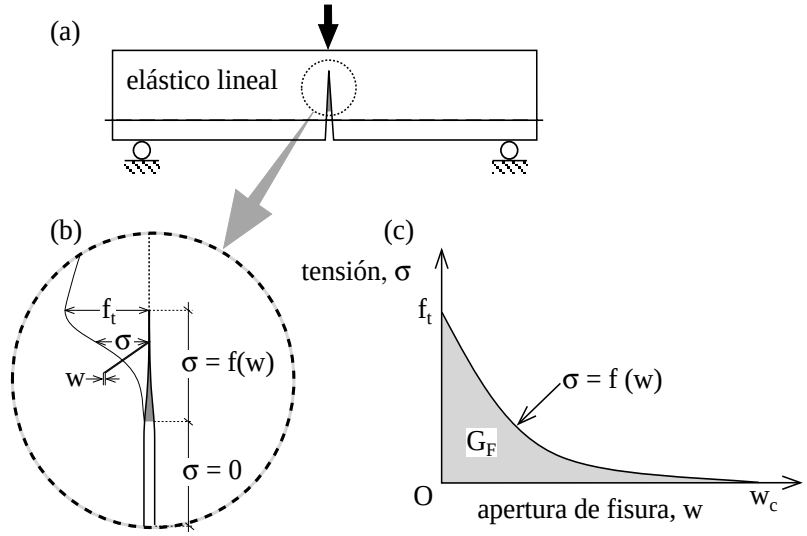



**Fig. 1.** (a) Viga armada sometida a flexión en tres puntos; (b) fisura cohesiva; (c) función de ablandamiento.

computacional que consiste en superponer los dos materiales en la misma posición. El hormigón se modeliza de modo continuo, mientras que el acero se le superpone, conectándose por medio de elementos de intercara a los nodos que ocupan inicialmente la misma posición en el acero y en el hormigón. La continuidad del hormigón permite que la fisura se pueda propagar a través del refuerzo y, por otro lado, los elementos de intercara transmiten tensiones tangenciales en función del desplazamiento relativo entre los dos materiales. En esta aproximación al problema utilizamos la ley de adherencia dada por un código de construcción —el Código Modelo [16]—, y no tenemos en cuenta efectos como la posible fisuración longitudinal debida a la dilatancia originada por el movimiento de la barra.

Validamos el modelo frente a ensayos de flexión en tres puntos sobre vigas armadas. Los resultados numéricos reproducen con precisión los datos experimentales de vigas de distintos tamaños y con varios niveles de refuerzo. Es destacable el hecho de que se reproduzca numéricamente el efecto de tamaño experimental, lo cual confirma la aptitud de los modelos cohesivos para tratar la fractura del hormigón. La resistencia del refuerzo, en la que se combinan las propiedades resistentes del acero y las de la intercara entre los dos materiales, también condiciona la respuesta del modelo.

El artículo tiene el siguiente esquema. La sección 2 presenta un planteamiento del problema en el que se explican las hipótesis relativas al comportamiento de los materiales y el modelo mecánico que proponemos. La sección 3 explica los detalles de la implementación numérica del modelo y contrasta sus resultados con datos de vigas reales. Finalmente, la sección 4 resume lo más importante de la investigación y extrae algunas conclusiones basadas en los resultados del modelo.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Queremos estudiar el proceso de rotura de una una viga de hormigón estructural cuando se somete a un esfuerzo de flexión en tres puntos (Fig. 1a) teniendo en cuenta tanto la fractura de la matriz de hormigón, como el progresivo deterioro de la intercara entre el hormigón y las barras de acero.

### 2.1 Hipótesis relativas al comportamiento de los materiales

La fractura del hormigón se representa por medio de un modelo cohesivo. Una fisura cohesiva se inicia cuando la tensión principal mayor alcanza la resistencia a tracción del material, $f_t$ (Fig1b). La fisura es perpendicular a la dirección de dicha tensión principal mayor, y al abrirse sigue transmitiendo tensiones. En modo I estas tensiones son función de la apertura de la fisura:

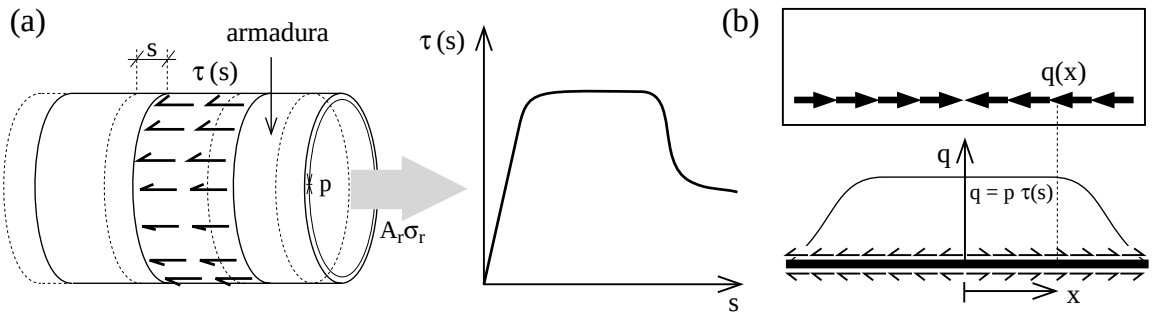



**Fig. 2.** (a) Interacción mecánica a través de la intercara acero-hormigón; (b) esfuerzo tangencial transmitido por unidad de longitud.

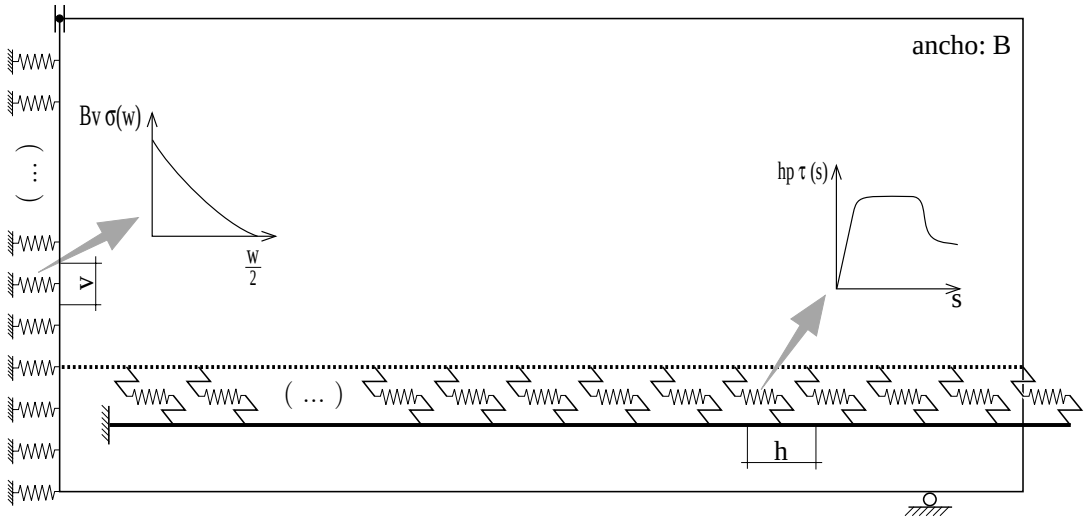



**Fig. 3.** Modelo mecánico.

$$\sigma = f(w), \quad \text{y} \quad \begin{cases} f(0) = f_t, \\ f(w) \geq 0. \end{cases} \tag{1}$$

La función *f(w)* caracteriza completamente el comportamiento mecánico de la fisura, y se conoce como función de ablandamiento o ley cohesiva (Fig. 1c). Los valores dados por *f(w)* son cero cuando la apertura de fisura sobrepasa un cierto valor crítico, $w_c$. El área contenida bajo la función de ablandamiento es el trabajo necesario para separar las dos caras de una fisura de área unidad o energía específica de fractura, $G_F$. Otro parámetro importante es la longitud característica, $l_{ch}$, que es una longitud interna que indica la fragilidad intrínseca del material [17], y que se define como:

$$l_{ch} = \frac{E_c G_F}{f_t^2}, \tag{2}$$

donde $E_c$ es el módulo de elasticidad del hormigón.

En este trabajo consideramos casos en los que la cuantía de acero no es muy elevada. En estas condiciones se genera inicialmente una zona microfisurada en la fibra traccionada en torno a la sección central, de la que surge posteriormente una única fisura [18]. Aquí hacemos la hipótesis de que una única fisura cohesiva que progresa en la sección central puede representar adecuadamente el comportamiento en rotura del hormigón. Del mismo modo, suponemos que el hormigón es elástico lineal fuera de la zona de fractura, ya que los efectos de segundo orden debidos a la no linealidad del material son pequeños si la cuantía de acero no es elevada.

Por otro lado, representamos el comportamiento mecánico de la intercara acero-hormigón por medio de una ley que relaciona las tensiones tangenciales que se transmiten, $\tau$, con el desplazamiento relativo entre los dos materiales, $s$. Así, el esfuerzo tangencial que se transmite por unidad de longitud vendrá dado por:

$$q = p\tau(s), \tag{3}$$

donde $p$ es el perímetro de la sección del refuerzo (Fig. 2a). La acción del acero sobre el hormigón está totalmente determinada por la distribución de $q$ a lo largo de la armadura, la cual depende a su vez de la relación tensión-deformación del acero y de la ley $\tau(s)$ (Fig. 2b).

La acción mecánica de la intercara acero-hormigón se podría simplificar sustituyendo la distribución de esfuerzos tangenciales por su resultante aplicada en el centro de gravedad de la distribución, tal y como hace Ruiz [14] para evitar que la propagación de la fisura cohesiva se vea obstaculizada por la presencia de la armadura. No obstante, aquí este problema lo resolvemos por medio de una estrategia computacional que consiste en modelizar el hormigón de modo continuo, mientras que el acero se le superpone, conectándose por medio de elementos de intercara a los nodos que ocupan inicialmente la misma posición en el acero y en el hormigón.

### 2.2 Modelo mecánico

La Fig. 3 esquematiza el modelo con el que estudiamos este problema. Al haber simetría con respecto a la sección central, se representa únicamente la mitad de la viga.

La fisura cohesiva se modeliza por medio de elementos tipo muelle que siguen la función de ablandamiento del hormigón. El número de muelles debe guardar relación con la longitud característica, de modo que se resuelva adecuadamente toda la zona de proceso de fractura. La masa del hormigón se discretiza de modo continuo usando elementos elástico lineales, aunque se crea una línea de nodos que coinciden con la posición de la armadura. Estos nodos se duplican y se conectan entre si por medio de elementos tipo barra a los que se dota de la rigidez de la armadura de acero. El primer nodo está bloqueado con objeto de simular la restricción al movimiento debida a la mitad del refuerzo no simulada. Los nodos del acero se conectan con sus recíprocos en el hormigón por medio de elementos de intercara que transmiten una fuerza entre ellos, la cual se calcula teniendo en cuenta el perímetro de la sección de la armadura, la distancia entre nodos y la ley de tensiones tangenciales. Al igual que ocurre con la fractura en el hormigón, se debe disponer de un número de elementos de intercara que sea capaz de resolver la zona de transferencia de tensiones entre el acero y el hormigón.

Es importante destacar que esta forma de modelizar la armadura conserva la continuidad en el hormigón y, por

lo tanto, permite que la fisura cohesiva progrese a través de la capa de refuerzo. Asimismo, sería extrapolable a otras configuraciones de armado, como por ejemplo armadura en varias capas, armadura pretensada etc. También es compatible con modelizaciones más refinadas de la matriz cohesiva, como aquéllas en las que se tiene en cuenta la microfisuración [19-21].

La implementación numérica de este modelo la hemos hecho utilizando elementos estándar de ABAQUS. La búsqueda de la solución se realiza con un algoritmo de longitud de arco modificado, ya que se quiere recoger el ablandamiento posterior al máximo de carga. Además, puede haber retroceso (o *snap back*) en función de la geometría y de las propiedades de los materiales. Los detalles geométricos del mallado para una serie de casos concretos los vemos a continuación.

## 3. COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL

Para validar el modelo con resultados experimentales es necesario disponer de una completa caracterización mecánica del hormigón, de la armadura y de la intercara entre los dos materiales. Aquí usamos el programa experimental de Ruiz *et al*. [17], cuyo objetivo era ver cómo variaba la respuesta de vigas débilmente armadas frente al tamaño, la cuantía y la adherencia acero-hormigón, y que, a diferencia de otras series de ensayos, proporciona las propiedades de los materiales medidas a través de ensayos independientes (Fig. 4a; Tablas 1 y 2). El valor de $\tau_m$ en la Tabla 2 representa la tensión rasante media en la intercara suponiendo que la ley de adherencia fuera de tipo rígido-perfectamente plástico, y se midió por medio de ensayos de arrancamiento de barras.

Se fabricaron vigas proporcionales de 75, 150 y 300 mm de canto, usando un micro-hormigón ($l_{ch}$ = 130 mm) cuya microestructura se realizó a escala de la de hormigones convencionales ($l_{ch}$ = 200 a 300 mm). Las proporciones de las vigas se esquematizan en la Fig. 5. El refuerzo también se fabricó a escala, a partir de un alambre de acero de 2.5 mm de diámetro. Las vigas se reforzaron con tres niveles de cuantía usando 1, 2 o 4 alambres, siempre del mismo diámetro para mantener constante la relación entre el perímetro y la sección del refuerzo ($p/A_r$).

En el modelo numérico discretizamos la fisura en 40 elementos cohesivos. La curva de ablandamiento que utilizamos es la bilineal del Código Modelo (Fig. 4c). La armadura se modeliza por medio de 45 elementos tipo

Tabla 1. Propiedades mecánicas del hormigón.

| $f_c$ (MPa) | $E_c$ (GPa) | $f_t$ (MPa) | $G_F$ (N/m) | $l_{ch}$ (mm) |
|---|---|---|---|---|
| 39.5 | 30.5 | 3.8 | 62.5 | 130 |

Tabla 2. Características mecánicas de las barras de armado y de la intercara acero-hormigón.

| $E_s$ (GPa) | $\sigma_u$ (MPa) | $\sigma_{0.2}$ (MPa) | $\varepsilon_r$ (%) | $\tau_m$ (MPa) |
|---|---|---|---|---|
| 162 | 587 | 538 | 2.3 | 5.2 |

barra unidos al hormigón a través de 90 elementos de intercara que responden a la ley de adherencia representada en la Fig. 4b (y que también está propuesta por el Código Modelo). La masa del hormigón se discretiza en 1800 elementos triangulares de 6 nodos. Las zonas de proceso de fractura y de deterioro de la intercara se resuelven bien con esta discretización. Por ejemplo, en las vigas de 150 mm de canto tenemos 35 elementos cohesivos cubriendo una distancia igual a la longitud característica, de modo que los resultados no son dependientes del tamaño de la malla.

Las curvas dadas por este modelo se ajustan bien a los resutados experimentales, como se puede comprobar en la Fig. 5. El modelo reproduce el efecto de escala característico de estos elementos estructurales, ya que la carga máxima que resisten las vigas aumenta en menor proporción que las dimensiones. Por otra parte, la sensibilidad del modelo a la resistencia mecánica del refuerzo es también destacable. En particular, los resultados del modelo numérico son buenos en la zona posterior al máximo de carga, es decir, en la zona que depende especialmente de las propiedades en fractura del hormigón y de la interacción con el acero. Dicha zona tiene un primer tramo de ablandamiento hasta que la fisura se abre lo suficiente para permitir la transferencia de carga al acero. Entonces la viga se recupera y la carga crece hasta que el acero plastifica. A partir de este momento la respuesta tiende a una asíntota horizontal que corresponde a la formación de una rótula en la sección fisurada.

En el tamaño grande (D = 300 mm) la zona de proceso cohesivo es todavía muy extensa cuando el acero comienza a plastificar, lo cual provoca un incremento de resistencia sobre dicha asíntota que no desaparece hasta rotaciones relativamente grandes. En nuestro caso dicho incremento es espúreo, probablemente debido a que la apertura crítica de fisura en el hormigón real es menor de

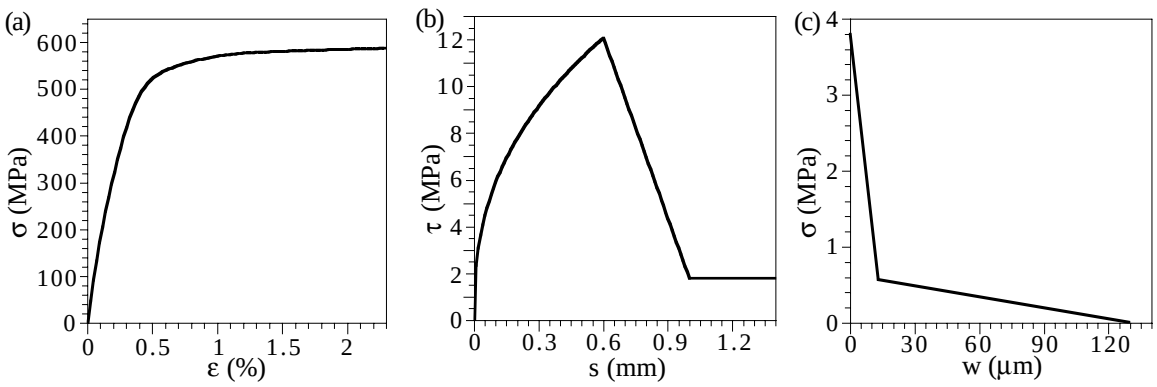



**Fig. 4.** Leyes de comportamiento del acero en tracción (a), de la intercara acero-hormigón (b), y del hormigón en fractura (c).

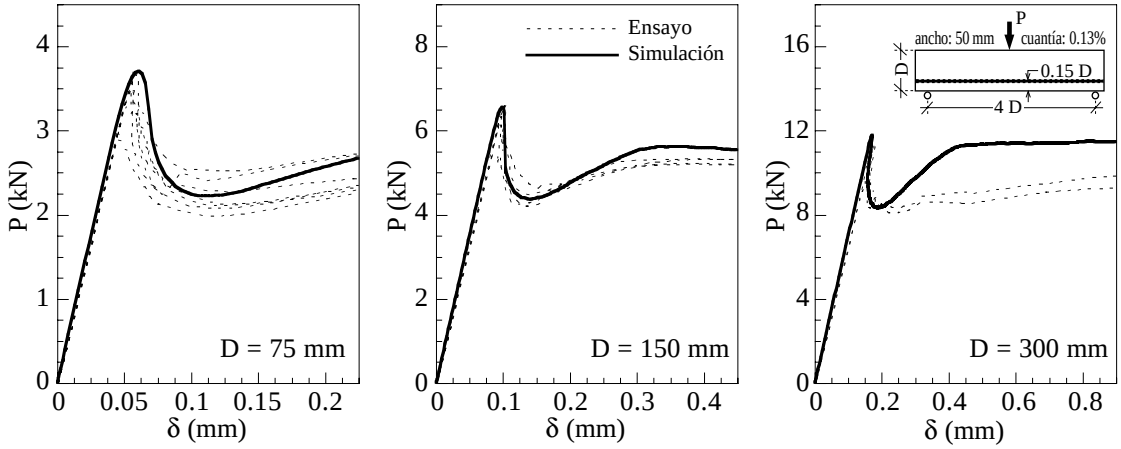



**Fig. 5.** Curvas P-δ (carga-desplazamiento bajo el punto de carga) dadas por el modelo numérico comparadas con las curvas de los ensayos reales.

lo que supone el Código Modelo. Por otro lado, nuestros cálculos sugieren, en contra de lo que es comúnmente aceptado en el campo de la tecnología del hormigón, que la contribución resistente del hormigón en tracción puede ser muy importante para provocar un comportamiento dúctil en rotura.

Con objeto de ver gráficamente la interacción entre el acero y el hormigón, hemos representado la tensión de tracción en la armadura y las tensiones rasantes en la intercara en tres instantes del proceso de carga de la viga de 150 mm de canto (Fig. 6). El primer instante corresponde al máximo de carga. En este punto la fisura en el hormigón ya ha sobrepasado el nivel de la armadura y, por lo tanto, ha dado comienzo el proceso de transferencia de carga entre los dos materiales. La intercara ha llegado a su valor crítico en torno a la fisura, lo cual produce un brusco aumento de tensión en la barra. A medida que la fisura se sigue abriendo vemos que la intercara y el acero están más y más solicitados hasta llegar a la plastificación de la barra. En efecto, obsérvese que, en el último instante representado en la Fig. 6, la tracción máxima ha alcanzado la tensión de plastificación en el acero. Es asimismo interesante observar que la tensión rasante media coincide muy aproximadamente con el valor experimental (a pesar de que la ley de adherencia del Código Modelo no responde a las hipótesis para obtener el valor experimental de $\tau_m$).

La forma del perfil de tensiones rasantes en la intercara se debe básicamente a la función de deterioro que hemos elegido. A su vez, esta función condiciona la forma del perfil de tracciones en la barra, que en nuestro caso concuerda con observaciones experimentales realizadas por otros autores [22, 23] en ensayos de arrancamiento.

## 5. SUMARIO Y CONCLUSIONES

En esta comunicación hemos analizado el proceso de colapso de una viga de hormigón estructural. Para ello, hemos tenido en cuenta tanto la fractura de la matriz de hormigón, como el progresivo deterioro de la intercara entre el hormigón y las barras de acero.

En la modelización de la fractura del hormigón hemos utilizado una fisura discreta que se comporta según un modelo cohesivo, mientras que la masa del hormigón se ha modelizado de modo continuo. Las barras de acero se han modelizado superponiéndolas a la matriz de hormigón y conectándolas por medio de elementos de intercara que simulan el progresivo deterioro en el contacto debido al proceso de arrancamiento. Al haber modelizado el hormigón de modo continuo, es decir, evitando la discontinuidad que podría suponer la presencia de la armadura, la fisura puede propagarse a través del refuerzo sin otra oposición que las tensiones de cierre transmitidas por los elementos de intercara.

Hemos validado el modelo frente a ensayos de flexión en tres puntos sobre vigas armadas. Los resultados numéricos reproducen con precisión los datos experimentales de vigas armadas de distintos tamaños. Hemos reproducido

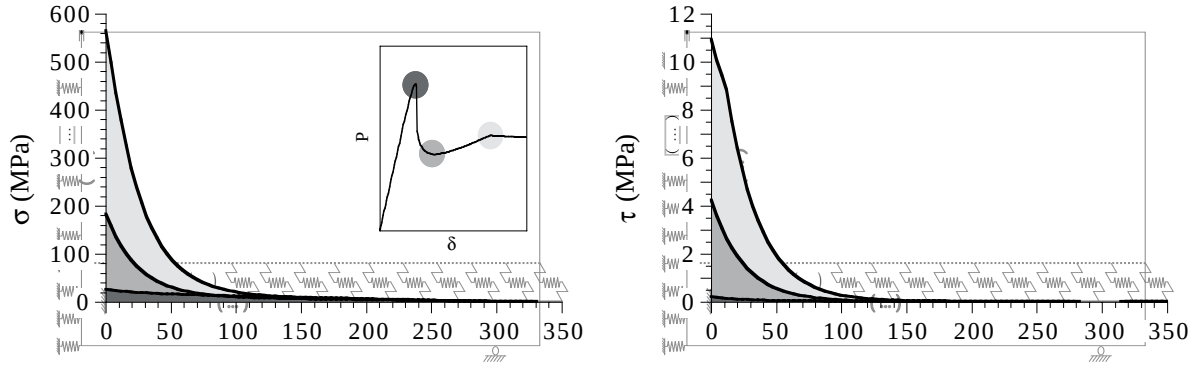



**Fig. 6.** Tracción en las barras y rasante en la intercara.

numéricamente el efecto de tamaño experimental, lo cual confirma la aptitud de los modelos cohesivos para tratar la fractura del hormigón. La resistencia del refuerzo, en la que se combinan las propiedades resistentes del acero y las de la intercara entre los dos materiales, también condiciona sensiblemente la respuesta del modelo. También hemos obtenido los esfuerzos de tracción en las barras y las tensiones tangenciales en la intercara a lo largo de un ensayo numérico, los cuales se corresponden con datos ensayos de arrancamiento disponibles en la Bibliografía científica.

Finalmente, este modelo se puede aplicar al estudio de procesos de fractura local y fenómenos de decohesión en estructuras de hormigón armado y pretensado.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Gonzalo Ruiz agradece la ayuda económica recibida del Ministerio de Ciencia y Tecnología a través del proyecto MAT2000-0705, y de la Universidad de Castilla-La Mancha a través de los proyectos 011,1075 y 011,10074.

## 7. REFERENCIAS

[1] A. Carpinteri, ed. Minimum Reinforcement in Concrete Members, Elsevier (1999).

[2] C. Bosco y A. Carpinteri, *Fracture mechanics evaluation of minimum reinforcement in concrete structures*. A. Carpinteri ed. *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Elsevier, (1992) pp. 347-377.

[3] M. H. Baluch, A. K. Azad y W. Ashmawi, *Fracture mechanics application to reinforced concrete members in flexure*, A. Carpinteri ed. *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Elsevier, (1992) pp. 413-436.

[4] N. M.Hawkins y K. Hjorsetet, Minimum reinforcement requirements for concrete flexural members, A. Carpinteri ed. *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Elsevier, (1992) pp. 379-412.

[5] O. Hededal y I. B. Kroon, *Lightly reinforced high-strength concrete*. Tesis de Master, Universidad de Åalborg, Dinamarca, (1991).

[6] C. Bosco y A. Carpinteri, "Fracture behaviour of beam cracked across reinforcement", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, **17**, 61-68 (1992).

[7] Gerstle, W. H., Dey, P. P., Prasad, N. N. V., Rahulkumar, P., and Xie, M. (1992) "Crack growth in flexural members—A fracture mechanics approach". *ACI Structural Journal*, **89**, 617-625.

[8] R. Massabò, *Meccanismi di rottura nei materiali fibrorinforzati*. Tesis Doctoral, Dip. Ingegneria Strutturale. Politecnico di Torino, Italia, (1994).

[9] J. P. Ulfkjær, O. Hededal, I. Kroon y R. Brincker, *Simple application of fictitious crack model in reinforced concrete beams—Analysis and experiments*, H. Mihashi, H. Okamura and Z. P. Bazant eds. *Size Effect in Concrete Structures*, , E & FN Spon, (1994), pp. 281-292.

[10] A. P. Fantilli, D. Ferreti, I. Iori y P. Vallini, *Behaviour of R/C elements in bending and tension: the problem of minimum reinforcement ratio*. A. Carpinteri ed. *Minimum Reinforcement in Concrete Members*, Elsevier (1999), pp. 99-125.

[11] J. Ozbolt y M. Bruckner, *Minimum reinforcement requirement for RC beams*. A. Carpinteri ed. *Minimum Reinforcement in Concrete Members*, Elsevier (1999), pp. 181-201.

[12] R. Brincker, M. S. Henriksen, F. A. Christensen y G. Heshe, *Size effects on the bending behaviour of reinforced concrete beams*. A. Carpinteri ed. *Minimum Reinforcement in Concrete Members*, Elsevier (1999), pp. 127-180.

[13] G. Ruiz, M. Elices y J. Planas, *Size effect and bond-slip dependence of lightly reinforced concrete beams*. A. Carpinteri ed. *Minimum Reinforcement in Concrete Members*, Elsevier (1999), pp. 67-97.

[14] G. Ruiz, "Propagation of a cohesive crack crossing a reinforcement layer", *International Journal of Fracture*, **111**, 265-282 (2001).

[15] D. Cendón, *Estudio de la fractura en modo mixto de hormigones y morteros*. Tesis Doctoral, Dpto. de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, (2002).

[16] Model Code, "CEB-FIP Model Code 1990. Final Draft". Bulletin D'Information N. 203, 204 et 205. EFP Lausanne (1991).

[17] A. Hillerborg, M. Modeer, y P. E. Petersson, "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", *Cement and Concrete Research*, **6**, 773-782 (1976).

[18] G. Ruiz, M. Elices y J. Planas, "Experimental study on fracture of reinforced concrete beams", *Materials and Structures*, **31**, 683-691, (1998).

[19] I. Arbilla, *Modelización de la fractura del hormigón en geometrías sin entallas*. Tesis Doctoral, Dpto. de Ciencia de Materiales, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, (2000).

[20] G. Ruiz, M. Ortiz y A. Pandolfi, "Three-dimensional finite-element simulation of the dynamic Brazilian tests on concrete cylinders", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **48**, 963-994, (2000).

[21] G. Ruiz, A. Pandolfi y M. Ortiz, "Three-dimensional cohesive modeling of dynamic mixed-mode fracture", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **52**, 97-120, (2001).

[22] J. Mazars, G. Pijaudier-Cabot y J. L. Clement, *Analysis of steel-concrete bond with damage mechanics: non-linear behaviour and size-effect*. A. Carpinteri ed. *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Elsevier, (1992) pp. 307-331.

[23] S. Morita, S. Fuji y G. Kondo, *Experimental study on size effect in concrete structures*. H. Mihashi, H. Okamura, y Z. P. Bazant eds., *Size Effect in Concrete Structures*, E&FN Spon, (1994), 21-40.